الحصر

1) – حصر مجموع عددين :

a و b و x و y و z و t أعداد حقيقية بحيث :

$$x \leq a \leq y \quad \text{و} \quad z \leq b \leq t$$

$$x+z \leq a+b \leq y+t$$

* مثال :

x و y عددان حقيقيان بحيث : $3 \leq x \leq 8$ و $-4 \leq y \leq 2$

لنحصر $x+y$.

لدينا : $3+(-4) \leq x+y \leq 8+2$

إذن : $\underline{-1 \leq x+y \leq 10}$

2) – حصر مقابل عدد حقيقي :

a عدد حقيقي بحيث : $x \leq a \leq y$

سيكون لدينا : $-y \leq -a \leq -x$

3) – حصر فرق عددين حقيقيين :

ملاحظة هامة : لحصر $a-b$ ، نكتب $a-b=a+(-b)$ ثم نطبق القاعدتين أعلاه

* مثال :

x و y عددان حقيقيان بحيث : $3 \leq x \leq 8$ و $-4 \leq y \leq 2$ ؛ لننحصر $x-y$.

لدينا : $-2 \leq -y \leq 4$ و $3 \leq x \leq 8$ إذن : $3-2 \leq x+(-y) \leq 8+4$

و منه فإن : $\underline{1 \leq x-y \leq 12}$

2018
Tunisie College.net

4) – حصر جذاء عددين حقيقيين :

a و b و x و y و z و t أعداد حقيقية موجبة بحيث :

$x \leq a \leq y$ و $z \leq b \leq t$

$x \times z \leq a \times b \leq y \times t$

* مثال 1 :

x و y عددان حقيقيان بحيث : $3 \leq x \leq 7$ و $1 \leq y \leq 3$ ؛ لنحصر $x \times y$.

لدينا : $3 \times 1 \leq x \times y \leq 7 \times 3$ إذن : $\underline{3 \leq x \times y \leq 21}$

* مثال 2 :

x و y عددان حقيقيان بحيث : $-5 \leq x \leq -2$ و $3 \leq y \leq 6$ ؛ لنحصر $x \times y$.

لدينا : $2 \leq -x \leq 5$ إذن : $2 \times 3 \leq (-x) \times y \leq 5 \times 6$ أي

$6 \leq -xy \leq 30$

و منه فإن : $-30 \leq xy \leq -6$.

5) – حصر مقلوب عدد حقيقي غير منعدم :

استنتاج :

a و x و y أعداد حقيقية غير منعدمة ولها نفس العلامة

و حيث : $x \leq a \leq y$

لدينا : $\frac{1}{y} \leq \frac{1}{a} \leq \frac{1}{x}$

6) – حصر خارج عددين :

ملاحظة هامة : لحصر $\frac{a}{b}$ ، نكتب $\frac{a}{b} = a \times \frac{1}{b}$ ثم نطبق القاعدتين أعلاه

*مثال : x و y عددان حقيقيان بحيث : $3 \leq x \leq 7$ و $5 \leq y \leq 9$ ؛ لنحصر $\frac{x}{y}$.

لدينا : $\frac{1}{9} \leq \frac{1}{y} \leq \frac{1}{5}$ إذن : $3 \times \frac{1}{9} \leq x \times \frac{1}{y} \leq 7 \times \frac{1}{5}$ أي $\frac{3}{9} \leq \frac{x}{y} \leq \frac{7}{5}$

و بالتالي فإن : $\underline{\frac{1}{3} \leq \frac{x}{y} \leq \frac{7}{5}}$

2018
Tunisie College.net

*** تمرين تطبيقي محوصل :**

a و b و c أعداد حقيقية بحيث : $6 \le a \le 8$ و $-4 \le b \le -2$ و $-3 \le c \le 5$

أحصر : a^2 و b^2 و $a+2b-4c$ و $\dfrac{a+b}{b^2}$

الحـل :

1) – حصر a^2 .

لدينا : $6^2 \le a^2 \le 8^2$ و منه فإن : $\underline{36 \le a^2 \le 64}$

2) – حصر b^2 .

لدينا : $(-2)^2 \le b^2 \le (-4)^2$ و منه فإن : $\underline{4 \le b^2 \le 16}$

3) – حصر $a+2b-4c$.

لدينا : $-8 \le 2b \le -4$ و $-4 \times (-3) \le -4c \le -4 \times 5$ أي $12 \le -4c \le 20$

إذن : $6+(-8)+12 \le a+2b-4c \le 8+(-4)+20$

و منه فإن : $\underline{10 \le a+2b-4c \le 24}$

4) – حصر $\dfrac{a+b}{b^2}$.

لدينا : $6+(-4) \le a+b \le 8+(-2)$ أي $2 \le a+b \le 6$ و $\dfrac{1}{16} \le \dfrac{1}{b^2} \le \dfrac{1}{4}$

إذن : $2 \times \dfrac{1}{16} \le (a+b) \times \dfrac{1}{b^2} \le 6 \times \dfrac{1}{4}$ أي $\dfrac{2}{16} \le \dfrac{a+b}{b^2} \le \dfrac{6}{4}$

و بالتالي فإن : $\underline{\dfrac{1}{8} \le \dfrac{a+b}{b^2} \le \dfrac{3}{2}}$

2018
Tunisie College.net