

<b>فرض تأليف عدد : 2</b> <b>في 06 / 03 / 2014</b>	الأستاذة: بن مرزوق- بن فرات إعدادية أبوالقاسم الشابي الفحص
المادة : رياضيات	المدة : ساعتان

### ( 4 ن )

### التمرين الأول

يلبي كل سؤال من أسئلة هذا التمرين ثلاثة إجابات إحداها فقط صحيحة أكتب على ورقة تحريرك في كل مرة رقم السؤال والإجابة الصحيحة المموافقة له .

رقم السؤال	السؤال	المقترن أ	المقترن ب	المقترن ج
❶	$(2\sqrt{5}+1)^2 - (2\sqrt{5}-1)^2 =$	42	2	$8\sqrt{5}$
❷	و $a$ $b$ عددين حقيقيين لهما نفس العلامة بحيث $a \geq b$ يعني :	$\frac{1}{a} \leq \frac{1}{b}$	$2a \leq 2b$	$a - \sqrt{2} \leq b - \sqrt{2}$
❸	لدينا $4 \leq x \leq 5$ و $-2 \leq y \leq -1$ إذن	$-8 \leq xy \leq -5$	$-10 \leq xy \leq -4$	لا يمكن حصر $xy$
❹	مثلث قائم في $A$ و $I$ منتصف $[BC]$ إذن :	$AI = \frac{BC}{2}$	$AI = \frac{AB \times AC}{BC}$	هو $[AI]$ الارتفاع الصادر من $A$

### ( 4,5 ن )

### التمرين الثاني

1) قارن العددين الحقيقيين  $3\sqrt{5}$  و  $2\sqrt{13}$

$$\left(2\sqrt{13}\right)^2 > \left(3\sqrt{5}\right)^2 \text{ اذن } \left(3\sqrt{5}\right)^2 = 9 \times 5 = 45 \text{ و بال التالي}$$

$$2\sqrt{13} > 3\sqrt{5}$$

2) تعتبر العددين :  $b = \sqrt{13} - 4$  و  $a = 3 - 2\sqrt{5}$  . أ- أثبت أن كلا من  $a$  و  $b$  عددين سالبين .

$$a < 0 \quad 3 - 2\sqrt{5} < 2\sqrt{5} \quad \text{يعني } 3^2 < \left(2\sqrt{5}\right)^2 \quad \text{اذن } \left(2\sqrt{5}\right)^2 = 20$$

$$b < 0 \quad \sqrt{13} - 4 < 0 \quad \text{يعني } \left(\sqrt{13}\right)^2 < \left(4\right)^2 \quad \text{اذن } \left(\sqrt{13}\right)^2 = 13 \\ \left(4\right)^2 = 16$$

ب- أنشر و اختصر كلا من العبارتين  $a^2$  و  $b^2$

$$a^2 = \left(3 - 2\sqrt{5}\right)^2 = 9 - 12\sqrt{5} + 20 = 29 - 12\sqrt{5}$$

$$b^2 = \left(\sqrt{13} - 4\right)^2 = 13 - 8\sqrt{13} + 16 = 29 - 8\sqrt{13}$$

$$a^2 - b^2 = 4\left(2\sqrt{13} - 3\sqrt{5}\right)$$

$$a^2 - b^2 = 8\sqrt{13} - 12\sqrt{5} = 4(2\sqrt{13} - 3\sqrt{5})$$

ثـ- استنتاج مقارنة بين العددين  $a$  و  $b$  ثم بين  $\frac{1}{a}$  و  $\frac{1}{b}$

بما أن  $a^2 > b^2$  فان  $a^2 - b^2 > 0$  أي  $4(2\sqrt{13} - 3\sqrt{5}) > 0$  يعني  $2\sqrt{13} > 3\sqrt{5}$  وبالتالي

$\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$  لأنهما عددان سالبين ) و من ثما  $a < b$

( ٤,٥ )

1) لتكن العبارة  $A$  بحيث:  $A = x^2 - 6x - 7$  و  $x$  عدد حقيقي.

. أ- أحسب القيمة العددية للعبارة  $A$  في حالة  $x = \sqrt{7}$

$$A = (\sqrt{7})^2 - 6\sqrt{7} - 7 = 7 - 6\sqrt{7} - 7 = -6\sqrt{7}$$

$$\text{ب- بين أن : } A = (x - 3)^2 - 16$$

$$\text{لنا : } (x - 3)^2 - 16 = x^2 - 6x + 9 - 16 = x^2 - 6x - 7 = A \quad \text{و بالتالي}$$

$$A = (x - 3)^2 - 16$$

تـ- استنتج تفكيكاً إلى جذاء عوامل للعبارة A .

$$A = (x - 3)^2 - 16 = (x - 3)^2 - 4^2 = (x - 3 - 4)(x - 3 + 4) = (x - 7)(x + 1)$$

ثـ- أوجـد العـدد الـحـقـيقـي  $x$  بـحيـث :  $A = 0$

$x = -1$  أو  $x = 7$  اذن  $x + 1 = 0$  أو  $x - 7 = 0$  يعني  $A = 0$

(2) لتكن العبارة  $B$  بحيث :

.  $B = 2x + 3$  : أ- بين أن

$$B = (x+2)^2 - (x+1)^2 = x^2 + 4x + 4 - x^2 - 2x - 1 = 2x + 3$$

بـ- أوجد عددين صحيحين طبيعيين متاللين  $m$  و  $n$  بحيث:  $m^2 - n^2 = 2003$

حسب السؤال السابق فان  $m^2 - n^2 = 2003$  و حيث  $B = (x+2)^2 - (x+1)^2 = 2x + 3$  فان

العددين المتتاليين هما  $2x + 3 = 2003$  و  $m = x + 2$  أي أن  $n = x + 1$  و حيث العدد  $x$  يحقق

و بتعويض قيمة  $x$  نجد العددان  $2x = 2003 - 3 = 2000$  وبالتالي  $x = \frac{2000}{2} = 1000$

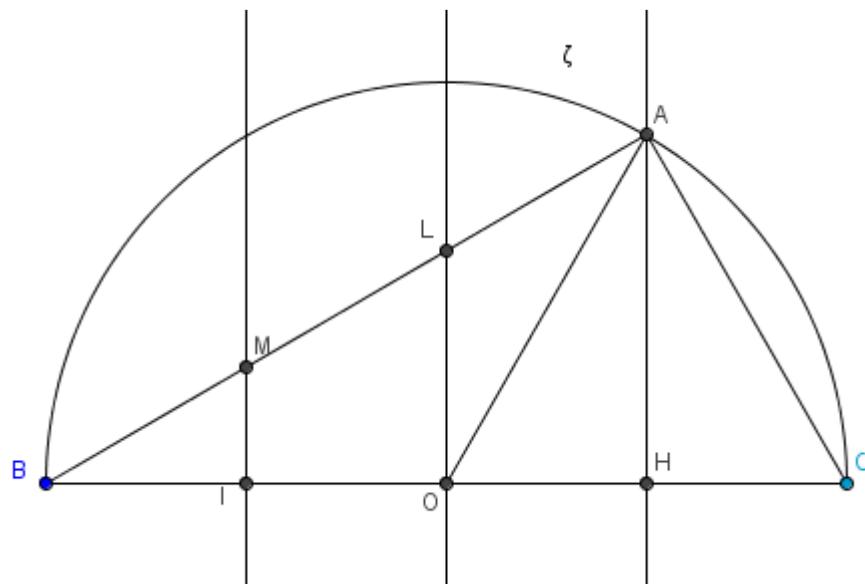
المتاليين هما  $n = 1000 + 1 = 1001$  و  $m = 1000 + 2 = 1002$  و حيث

$$(1002)^2 - (1001)^2 = 2003$$

**التمرين الرابع/ (وحدة القياس هي الصنتمتر)** (7 ن)

لتكن (ي) نصف دائرة مركزها  $O$  و  $[BC]$  قطر لها بحيث  $BC = 8$ . و النقطة  $H$  منتصف .  
 $[OC]$

المستقيم المار من  $H$  و العمودي على  $(BC)$  يقطع  $(\gamma)$  في النقطة  $A$ .



1) أ) بين أن المثلث  $ABC$  قائم الزاوية في  $A$ .

بما أن  $OA = OC = OB$  فإن  $O$  تبعد نفس البعد عن الرؤوس الثلاث للمثلث  $ABC$  و هو يقبل الارتسام في الدائرة  $\gamma$  و قطرها  $[BC]$  هو أحد أصلاعه وبالتالي المثلث  $ABC$  قائم الزاوية في  $A$ .

ب) بين أن المثلث  $AOC$  متقارن الأضلاع.

( $AH$ ) عمودي على  $[OC]$  لأن فهو الموسط العمودي لـ  $[OC]$  و  $A$  نقطة منه اذن

و حيث  $A$  و  $C$  نقطتين من الدائرة  $\gamma$  التي مرکزها  $O$  فإن:  $OA = OC$  وبالتالي:

$OA = OC = AC$  يعني المثلث  $OAC$  متقارن الأضلاع و قيس طول ضلعه .

ج) بين أن:  $AH = 2\sqrt{3}$

$$AH = \frac{4\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}$$

[ $AH$ ] هو الارتفاع الصادر من أحد رؤوس المثلث  $OAC$  المتقارن الأضلاع وبالتالي  $OAC$  اذن

د) أحسب  $BH$  ثم استنتج أن  $AB = 4\sqrt{3}$

$$BH = BO + OH = 4 + 2 = 6$$

\* بتطبيق نظرية بيتاغور في المثلث  $AHB$  القائم في  $H$  لدينا :

$$AB^2 = AH^2 + BH^2 = (2\sqrt{3})^2 + 6^2 = 12 + 36 + 48$$

$$AB = \sqrt{48} = \sqrt{16} \times \sqrt{3} = 4\sqrt{3}$$

2) المستقيم المار من  $O$  و العمودي على  $(BC)$  يقطع  $[AB]$  في النقطة  $L$ .

$$\frac{OL}{AH} = \frac{BO}{BH}$$

أ) أثبت أن :

بنطبيق نظرية طالس في المثلث  $ABH$  حيث  $(AH) \parallel (LO)$  (يعادان نفس المستقيم  $(BC)$  لدينا :

$$\frac{OL}{AH} = \frac{BO}{BH} \text{ اذن } \frac{BO}{BH} = \frac{BL}{BA} = \frac{OL}{AH}$$

ب) استنتاج حساب  $OL$ .

$$OL = \frac{AH \times BO}{BH} = \frac{2\sqrt{3} \times 4}{6} = \frac{8\sqrt{3}}{6} = \frac{4\sqrt{3}}{3}$$

(3) لتكن النقطة  $I$  منتصف  $[OB]$

المستقيم المار من النقطة  $I$  و العمودي على المستقيم  $(BO)$  يقطع  $[AB]$  في النقطة  $M$ .  
أ) برهن أن  $M$  منتصف  $[LB]$ .

\* في المثلث  $BOL$  حيث  $I$  منتصف الصلع  $[BL]$  و  $(LO) // (MI)$  اذن  $(MI)$  يقطع الصلع  $[BL]$  في منتصفه  $M$ .

$$\text{ب) أحسب } OM \text{ ثم استنتج أن: } . OM = \frac{4\sqrt{3}}{3}$$

$$IM = \frac{OL}{2} = \frac{1}{2} \times \frac{4\sqrt{3}}{3} = \frac{2\sqrt{3}}{3} \text{ اذن: } [LB] \text{ و } M \text{ منتصف } [BO]$$

$$BL = \frac{BO}{BH} \times AB = \frac{4}{6} AB = \frac{2}{3} AB \text{ يعني } \frac{BL}{BA} = \frac{BO}{BH} \text{ لدينا}$$

$$BL = \frac{2}{3} \times 4\sqrt{3} = \frac{8\sqrt{3}}{3}$$

\* في المثلث  $OBL$  القائم الزاوية في  $O$  لدينا  $[OM]$  هو الموسط الصادر من رأس الزاوية القائمة و بالتالي

$$\text{أ) بين أن } AM = \frac{2}{3} AB \text{ و أحسب: } . OM = \frac{1}{2} BL = \frac{1}{2} \times \frac{8\sqrt{3}}{3} = \frac{4\sqrt{3}}{3}$$

$$\text{لدينا } [AM] \text{ فان: } AL = AB - BL = AB - \frac{2}{3} AB = \frac{1}{3} AB \text{ اذن } BL = \frac{2}{3} AB$$

$$\text{. } AM = \frac{2}{3} \times 4\sqrt{3} = \frac{8\sqrt{3}}{3} \text{ يعني } AM = 2AL = 2 \times \frac{1}{3} AB = \frac{2}{3} AB$$

ب) استنتاج أن المثلث  $AOM$  قائم الزاوية وحدد رأس الزاوية القائمة.

$$\text{في المثلث } AOM \text{ لدينا: } OA^2 = 4^2 = 16 = \frac{48}{3} \text{ و } AM^2 = \left(\frac{8\sqrt{3}}{3}\right)^2 = \frac{64 \times 3}{9} = \frac{64}{3}$$

$$\text{لدينا } OM^2 = \left(\frac{4\sqrt{3}}{3}\right)^2 = \frac{16 \times 3}{9} = \frac{16}{3} \text{ و } OA^2 + OM^2 = AM^2 \text{ اذن } OAM \text{ قائم الزاوية حسب عكس نظرية بيتاغور.}$$